

Rationale Zahlen - Übersicht

Ein Bruch ist ein Quotient von zwei ganzen Zahlen a und b ($b \neq 0$), für den wir statt $a:b$ folgende Darstellung benutzen:

$$\frac{a}{b} \quad \begin{array}{l} \longleftarrow \text{Zähler} \\ \longleftarrow \text{Bruchstrich} \\ \longleftarrow \text{Nenner} \end{array}$$

Die rationalen Zahlen sind die Zahlen, die sich als Brüche darstellen lassen. Die Zahl, die dem Quotienten $z:n$ entspricht, lässt sich durch verschiedene, gleichwertige Brüche darstellen.

Zwei Brüche $\frac{z_1}{n_1}$ und $\frac{z_2}{n_2}$ sind genau dann gleichwertig, wenn $z_1 \cdot n_2 = z_2 \cdot n_1$ gilt.

Dies entspricht der früheren Definition, dass zwei arithmetische Terme gleichwertig sind, wenn sie die gleiche Zahl bedeuten, und dass zwei algebraische Terme gleichwertig sind, wenn für alle möglichen Einsetzungen für die in ihnen vorkommenden Variablen derselbe Wert herauskommt.

Wenn der Zähler und der Nenner eines Bruchs einen gemeinsamen Teiler haben, so kann man den Bruch kürzen.

Wenn man bei einem Bruch Zähler und Nenner mit der gleichen ganzen Zahl $k \neq 0$ multipliziert, so sind der ursprüngliche Bruch und der resultierende Bruch gleichwertig. Der ursprüngliche Bruch ist mit dem Faktor k erweitert worden, und k heisst Erweiterungsfaktor.

Wenn man zwei Brüche so erweitert, dass sie denselben Nenner bekommen, so sagt man, sie seien gleichnamig gemacht worden.

Addition und Subtraktion von rationalen Zahlen:

Um zwei durch Brüche dargestellte rationalen Zahlen zu addieren oder subtrahieren, macht man sie gleichnamig.

Multiplikation und Division von rationalen Zahlen:

Um zwei durch Brüche dargestellte rationalen Zahlen zu multiplizieren, multipliziert man die beiden Zähler und die beiden Nenner:

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d} \quad (b, d \neq 0)$$

Um zwei durch Brüche dargestellte rationalen Zahlen zu dividieren, multipliziert man den Dividend mit dem Kehrwert des Divisors:

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c} \quad (b, c, d \neq 0)$$