

Potenzen und Quadratwurzeln - Übersicht

1. Stufe: Addition

$$3 + 7 = 7 + 3 \text{ (Kommutativgesetz der Addition)}$$

$$3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 + 3 = 21 = 7 \cdot 3 \Rightarrow \text{Vereinfachung}$$

2. Stufe: Multiplikation

$$7 \cdot 3 = 3 \cdot 7 \text{ (Kommutativgesetz der Multiplikation)}$$

$$3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 2187 = 3^7 \Rightarrow \text{Vereinfachung}$$

3. Stufe: Potenzen

$$3^7 \neq 7^3$$

$$\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ Faktoren } a} = a^n \begin{array}{l} \longleftarrow \text{Exponent} \\ \longleftarrow \text{Basis} \end{array} \quad \text{n-te Potenz von a ("a hoch n")}$$

Rechengesetze:

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

$$a^n \cdot b^n = (a \cdot b)^n$$

$$a^n \div a^m = a^{n-m} \text{ (für } n \geq m \text{)}$$

$$a^n \div b^n = (a \div b)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^n$$

Beispiele:

$$2^3 \cdot 2^5 = 2^8$$

$$2^5 \cdot 3^5 = 6^5$$

$$2^5 \div 2^3 = 2^2$$

$$12^3 \div 4^3 = 3^3$$

Die Quadratwurzel (zweite Wurzel oder einfach Wurzel) von a ist diejenige Zahl b, die im Quadrat a ergibt:

$$\sqrt[2]{a} = \sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a$$

$$\sqrt{a} \begin{array}{l} \longleftarrow \text{Wurzelzeichen} \\ \longleftarrow \text{Radikand} \end{array} \quad \text{Wurzel aus a}$$

Aufgepasst:

Oftmals ist man nur an der Lösung $\sqrt{a} \geq 0$ interessiert, aber man sollte nicht vergessen, dass die Quadratwurzel zwei Lösungen haben kann.

Rechengesetze:

$$(\sqrt{a})^2 = \sqrt{a^2} = a \text{ (für } a \geq 0 \text{ und } \sqrt{a^2} \geq 0 \text{)}$$

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{a \cdot b}$$

$$\sqrt{a} \div \sqrt{b} = \sqrt{a \div b}$$

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Beispiele:

$$(\sqrt{9})^2 = \sqrt{9^2} = 9$$

$$\sqrt{4} \cdot \sqrt{9} = \sqrt{36} = 2 \cdot 3 = 6$$

$$\sqrt{36} \div \sqrt{4} = \sqrt{9} = 6 \div 2 = 3$$