Potenzen, Wurzeln und Logarithmen

Definitionen

Beziehung zwischen drei Zahlen: $a^b = c$
für $a > 0$ und $c > 0$

$a^b = x \Rightarrow x = a^b$
Potenzen

$x^b = c \Rightarrow x = \sqrt[b]{c}$
Wurzeln

$a^x = c \Rightarrow x = \log_a(c)$
Logarithmen

Reduktion der Operationsstufe von der Etage der Basis zur Etage der Exponenten

Operationsstufe:	Potenzgesetze		Logarithmengesetze	
3. Stufe: Potenzieren	$(a^b)^c$		$\log_a(b^c)$	
2. Stufe: Multiplizieren und Dividieren	$a^b \cdot a^c$	$a^{b \cdot c}$	$\log_a(b \cdot c)$	$c \cdot \log_a(b)$
1. Stufe: Addieren und Subtrahieren	$a^b + a^c$	a^{b+c}	$\log_a(b+c)$	$\log_a(b) + \log_a(c)$
		keine Operation!		keine Operation!

Basiswechselsatz

$\log_a(b) \cdot \log_b(c) = \log_a(c)$ oder $\log_b(c) = \dfrac{\log_a(c)}{\log_a(b)}$

Exponentielle Zu- und Abnahme

$M(x) = M_0 \cdot a^x$ mit $a = 1 \pm \dfrac{k}{100}$ für Zu- oder Abnahme um k%

Gleichungen

Weil die Potenzfunktion $x \mapsto x^p$, die Exponentialfunktion $x \mapsto b \cdot a^x$ und die Logarithmusfunktion $x \mapsto \log_a(x)$ streng monoton sind und somit für keine zwei x-Werte denselben y-Wert annehmen können, sind folgende Schritte beim Lösen von Gleichungen erlaubt:

$x_1^{\,p} = x_2^{\,p} \Rightarrow x_1 = x_2$ für $x_i \geq 0$

$b \cdot a^{x_1} = b \cdot a^{x_2} \Rightarrow x_1 = x_2$ für $a > 0$, $a \neq 1$ und $b \neq 0$

$\log_a(x_1) = \log_a(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$ für $a > 0$, $a \neq 1$ und $x_i > 0$