

20. Elektrische Stromkreise und die Wirkung von Spannung

Rainer Hauser

März 2012

1 Einleitung

1.1 Elektrische Ladung

Die in Coulomb gemessene Ladung Q lässt sich als Vielfaches der Elementarladung $e = 1.60219 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ darstellen. Ein Proton hat die Ladung $Q_{\text{Proton}} = e$ und ein Elektron hat die Ladung $Q_{\text{Elektron}} = -e$. Für eine Ladung Q bestehend aus N Elektronen gilt somit $Q = N \cdot Q_{\text{Elektron}}$.

1.2 Elektrischer Strom

In Materialien, die man Leiter nennt, weil sie im Gegensatz zu Isolatoren elektrische Ströme leiten, lösen sich die äussersten Elektronen von ihrem Atom und bewegen sich frei zwischen den zurückbleibenden Ionen. Man nennt sie freie Elektronen und spricht vom Elektronengas. Ein elektrischer Strom entsteht durch die Bewegung der freien Elektronen in einem Leiter. Die in Ampere gemessene elektrische Stromstärke I ist definiert als Ladung, die pro Zeiteinheit durch den Querschnitt eines Drahtes fliesst.

2 Elektrische Spannung und Energie

2.1 Elektrische Spannung

Die freien Elektronen bewegen sich in verschiedenen Richtungen sehr schnell und stossen dabei mit den Ionen und anderen freien Elektronen zusammen, wobei sie die Richtung ändern. Deshalb heben sich in einem Stück Draht die Anzahl Elektronen, die sich in der einen Richtung bewegen, und die Anzahl Elektronen, die sich in der anderen Richtung bewegen, gegenseitig auf. Ist aber der Draht an einer Batterie angeschlossen, so leistet diese als so genannte Spannungsquelle Beschleunigungsarbeit an den freien Elektronen, denn der Minus-Pol stösst die freien Elektronen ab, während der Plus-Pol sie anzieht, sodass sich mehr freie Elektronen in die eine Richtung als in die andere bewegen. Dadurch entsteht ein elektrischer Strom.

Die verrichtete Arbeit W ist proportional zur Ladung Q , und die *Spannung* ist deshalb definiert als

$$U = \frac{W}{Q} \quad (1)$$

gemessen in *Volt* mit $1 \text{ V} = 1 \text{ J} \cdot \text{C}^{-1}$. Die Spannung gibt das Arbeitsvermögen einer Spannungsquelle an. Die Steckdose beispielsweise hat in der Schweiz 230 V Spannung, während eine Taschenlampenbatterie 4.5 V und eine Starkstromleitung 380 kV hat.

2.2 Spannungsquellen

Ist beispielsweise eine Glühbirne an eine Batterie angeschlossen, so verrichtet die Batterie Arbeit an den freien Elektronen des glühenden Drahtes in der Glühbirne, sodass diese leuchtet. Diese Arbeit bewirkt,

dass sich die freien Elektronen trotz Kollisionen mit den Ionen des Drahtes, welche den Ionen die nötige kinetische Energie geben, um zu leuchten, im Draht weiterbewegen. Solange die Batterie elektrische Energie hat, kann sie diese Arbeit an den freien Elektronen verrichten. Ist A der Punkt vor der Glühbirne und B der Punkt dahinter, so muss die Batterie die Arbeit $W_{AB} = Q \cdot U_{AB}$ verrichten, wobei U_{AB} die Spannung zwischen den beiden Punkten A und B ist. Die Spannung U_{AB} ist somit ein Mass für die *elektrische Energie*, die zwischen den Punkten A und B in andere Energieformen umgewandelt wird.

Eine Batterie erzeugt durch chemische Reaktionen eine elektrische Spannung. Es gibt verschiedene Typen wie Alkali-Mangan- und Lithium-Ionen-Batterien. Wichtig ist, dass eine Batterie möglichst lange eine konstante Spannung erzeugt. Batterien liefern so genannten Gleichstrom.

Im Gegensatz dazu liefert eine Steckdose Wechselstrom, hat also eine zeitlich variierende Spannung. Die Spannungsänderung hat die Form einer Sinuskurve mit einer Frequenz von 50 Hz. Um eine effektive Spannung von 230 V zu bekommen, muss die Wechselspannung zwischen -325 V und 325 V schwingen, weil der Betrag vom Sinus immer kleiner oder gleich eins ist. Wechselspannung hat Vorteile gegenüber Gleichspannung. Sie lässt sich einerseits effizienter transportieren und kann andererseits leicht von einer Spannung in eine andere transformiert werden.

2.3 Elektrische Leistung

Die Spannung leistet Arbeit an einer Ladung. Für diese Arbeit gilt wegen (1) einerseits $W = Q \cdot U$ oder $W = I \cdot \Delta t \cdot U$ mit $Q = I \cdot \Delta t$ und andererseits gemäss Definition der Leistung $W = P \cdot \Delta t$, woraus

$$P = I \cdot U \quad (2)$$

für die *elektrische Leistung* folgt. Sie wird wie Leistung allgemein in Watt gemessen. Aus der Leistung und der Spannung lässt sich die Stromstärke berechnen. Durch eine 60-W-Glühbirne am 230-V-Stromnetz fliesst ein Strom von etwa 0.26 A.

Die elektrische Energie ΔE wird beim Verbraucher mit der Formel $\Delta E = W = P \cdot \Delta t$ in der Einheit Kilowattstunden gemessen. Ein Gerät mit 1000 W Leistung (beispielsweise ein Staubsauger) verbraucht in einer Stunde $1 \text{ kWh} = 3.6 \cdot 10^6 \text{ J}$.

3 Elektrischer Widerstand

3.1 Zusammenhang zwischen Stromstärke und Spannung

Der empirisch festgestellte Zusammenhang, dass bei einem leitenden Draht die Stromstärke I proportional zur Spannung U ist, heisst *Ohm'sches Gesetz* und wird als $U = R \cdot I$ geschrieben. Der Proportionalitätsfaktor R ist ein Mass für den *elektrischen Widerstand* des Leiters, der eine Folge der Kollisionen der freien Elektronen mit den Ionen des Drahts sind. Deshalb definiert man allgemein

$$R = \frac{U}{I} \quad (3)$$

als Widerstand gemessen in der Einheit *Ohm* mit $1 \Omega = 1 \text{ V} \cdot \text{A}^{-1}$.

Erfüllt ein Widerstand das Ohm'sche Gesetz und ist somit konstant, so spricht man von einem *Ohm'schen Widerstand*. Leiter bei konstanter Temperatur sind Ohm'sche Widerstände. Der Widerstand von Leitern nimmt aber mit steigender Temperatur zu, und Halbleiter erfüllen das Ohm'sche Gesetz überhaupt nicht.

3.2 Heizleistung

Weil die freien Elektronen durch ihre Kollisionen kinetische Energie auf die Ionen des Leiters übertragen und damit deren thermische Bewegung vergrössern, erwärmt sich ein Leiter, wenn ein Strom fliesst. Deshalb wird eine Glühlampe heiss, und elektrische Herdplatten, Heizungen, Toaster und so weiter nützen diesen Effekt gezielt aus. Wenn der elektrische Widerstand eines Gerätes bekannt ist, so lässt sich die

Heizleistung aus $P = I \cdot U$ gemäss (2) und $U = R \cdot I$ gemäss (3) berechnen. Je nachdem, ob die Spannung oder die Stromstärke bekannt ist, lässt sich die Heizleistung durch

$$P = R \cdot I^2 \qquad P = \frac{U^2}{R} \qquad (4)$$

berechnen. Die durch einen elektrischen Widerstand erzeugte Abwärme heisst *Joule'sche Wärme*.

3.3 Spezifischer elektrischer Widerstand

Der elektrische Widerstand eines Drahtes hängt einerseits von der Länge L und der Querschnittsfläche A und andererseits vom Material ab. Es gilt

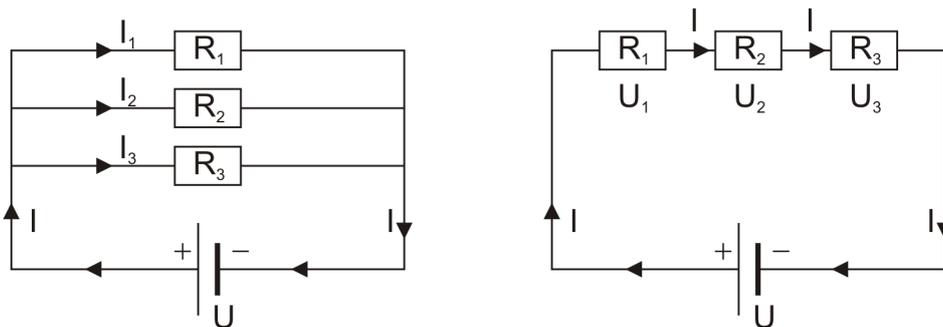
$$R = \frac{\rho \cdot L}{A}$$

mit dem *spezifischen elektrischen Widerstand* ρ , der für Silber bei 20°C den Wert $1.6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ und für Eisen ebenfalls bei 20°C den Wert $9.7 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ hat. Der Wert von ρ hängt von der Temperatur ab. Für Wolfram ist der Wert $5.3 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ bei 20°C , steigt aber auf $113 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$ bei 3000°C . Der spezifische Widerstand hängt davon ab, wie regelmässig die Ionen im Metall angeordnet sind. Grosse Regelmässigkeit wie bei Silber führt zu weniger Kollisionen zwischen Elektronen und Ionen. Dies ist bei reinen Metallen der Fall. Legierungen hingegen haben deshalb einen höheren spezifischen Widerstand.

4 Elektrische Schaltungen

4.1 Stromkreise

Strom fliesst nur, wenn es einen Stromkreis gibt. Bei den bisher betrachteten Stromkreisen gab es genau einen Weg von der Spannungsquelle zum Gerät und zurück zur Spannungsquelle. Es gibt aber auch *verzweigte Stromkreise*, die wir aus dem Alltag kennen, wenn wir mehrere Geräte an einem Mehrfachstecker einstecken. Verzweigte Stromkreise setzen sich aus parallelen Schaltungen wie in der unten stehenden Abbildung links gezeigt und aus seriellen Schaltungen in der Abbildung rechts abgebildet zusammen.



4.2 Parallelschaltungen

Eine wichtige Voraussetzung dafür, in einem Haushalt mehrere Geräte parallel an einer Mehrfachsteckdose anzuschliessen, ist, dass auf alle Geräte dieselbe Spannung von 230V wirkt. Weil Elektronen nicht einfach verschwinden können, muss die Stromstärke vor der Verzweigung gleich gross sein wie nach dem Zusammenführen der Leitungen, während die Summe der Stromstärken in den verschiedenen Zweigen ebenfalls diesen Wert annehmen muss. Hat eine Parallelschaltung N Zweige, so muss

$$I = I_1 + I_2 + \dots + I_N$$

gelten. Das ist das *erste Kirchhoff'sche Gesetz*.

Die Gesamtleistung P aller angeschlossenen Geräte ist gleich der Summe $P = P_1 + P_2 + \dots + P_N$ der Leistungen der N einzelnen Geräte, und wegen (2) setzt sie sich also gemäss

$$P = U \cdot I = U \cdot I_1 + U \cdot I_2 + \dots + U \cdot I_N$$

zusammen. Die Leistung jedes Gerätes ist das Produkt aus Spannung und Stromstärke, die durch das Gerät fliesst, und es gilt $P_i = U \cdot I_i$.

Aus $U = R_i \cdot I_i$ folgt, dass der Strom durch das Gerät gross ist, wenn der Widerstand klein ist, weil bei gegebener Spannung U das Produkt $R_i \cdot I_i$ konstant ist. Die Gesamtleistung ist somit wegen (3)

$$P = \frac{U^2}{R_1} + \frac{U^2}{R_2} + \dots + \frac{U^2}{R_N} = U^2 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N} \right) = \frac{U^2}{R} \quad \frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_N}$$

und die Heizleistung aller parallel angeschlossenen Geräte kann durch den so genannten *Ersatzwiderstand der Parallelschaltung* R berechnet werden.

4.3 Serienschaltungen

Wegen dem ersten Kirchhoff'schen Gesetz muss bei einer Serienschaltung die Stromstärke durch jedes Gerät gleich I sein. Mit $P = P_1 + P_2 + \dots + P_N$ für die Gesamtleistung der N Geräte gilt somit

$$P = U \cdot I = U_1 \cdot I + U_2 \cdot I + \dots + U_N \cdot I$$

und weiter

$$U = \frac{W}{Q} = \frac{W_1 + W_2 + \dots + W_N}{Q} = \frac{W_1}{Q} + \frac{W_2}{Q} + \dots + \frac{W_N}{Q} = U_1 + U_2 + \dots + U_N$$

für die Spannung, weil bei jedem Gerät an der Ladung Q Arbeit verrichtet werden muss. Die Spannung U lässt sich wegen dem Energieerhaltungssatz also in die Spannungen U_1 , U_2 und so weiter aufteilen. Es gilt somit

$$U = U_1 + U_2 + \dots + U_N$$

für die Spannung. Das ist das *zweite Kirchhoff'sche Gesetz*.

Aus $U_i = R_i \cdot I$ und $P_i = R_i \cdot I^2$ folgt für die Gesamtleistung aller Geräte

$$P = R_1 \cdot I^2 + R_2 \cdot I^2 + \dots + R_N \cdot I^2 = (R_1 + R_2 + \dots + R_N) \cdot I^2 \quad R = R_1 + R_2 + \dots + R_N$$

und auch hier kann die Heizleistung aller seriell angeschlossenen Geräte durch den so genannten *Ersatzwiderstand der Serienschaltung* R berechnet werden.

4.4 Sicherheitsvorkehrungen

Gegenstände, die unter Spannung stehen, sind für uns gefährlich. Berührt ein Mensch einen solchen Gegenstand, fliesst ein Strom durch seinen Körper. Wie gefährlich das ist, hängt von der Stromstärke und der Dauer ab. Stromstärken bis 1 mA sind kaum spürbar, während solche bis 5 mA als leichtes Kribbeln gespürt werden. Bereits ab 10 mA kann der Gegenstand, der unter Spannung steht, eventuell nicht mehr losgelassen werden, und ab 50 mA ist die Atmung behindert, und es kann zu einem Herzstillstand oder zu Herzkammerflimmern kommen.

Strom kann aber auch durch Joule'sche Wärme zu Bränden führen. Von den 20 000 Bränden jährlich in der Schweiz haben etwa 30% eine elektrische Ursache. So brach beispielsweise im Zunfthaus zur Zimmerleuten in Zürich im November 2007 wegen einem defekten Kabel ein Brand aus, der das historisch wertvolle Gebäude weitgehend zerstörte.

Verschiedene technische Sicherheitsvorkehrungen helfen, solche Vorkommnisse zu verhindern. *Sicherungen* verunmöglichen, dass eine bestimmte Stromstärke überschritten wird. *Schutzleiter* sorgen dafür, dass defekte Isolationen in Geräten mit Metallgehäuse nicht zu einem Stromschlag führt. *Fehlerstromschalter* kontrollieren, ob kein Strom durch defekte Isolation aus dem Stromkreis herausfliesst.