13. Harmonische Wellen und viele Teilchen in Schwingung

Rainer Hauser

Juli 2011

1 Einleitung

1.1 Wellen im Wasser

Unter dem Begriff *Welle* versteht man in der Physik Vorgänge, die eine Ähnlichkeit mit Wasserwellen auf einem See haben. Diese Wellen im Wasser haben diesen Vorgängen nicht nur den Namen gegeben, sondern sind auch eingehend studiert worden, um Wellen allgemein zu verstehen.

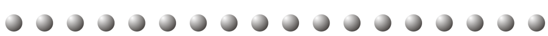
1.2 Dimension von Wellen

Die Saite einer Violine oder eines Klaviers ist ein eindimensionales Objekt. Kommt es in Schwinung, so spricht man von einer eindimensionalen Welle. Das Trommelfell von Pauken oder Trommeln ist hingegen ein zweidimensionales Objekt, auf dem zweidimensionale Wellen entstehen können. Im Raum gibt es auch dreidimensionale Wellen. Im Folgenden werden aber nur eindimensionale Wellen betrachtet.

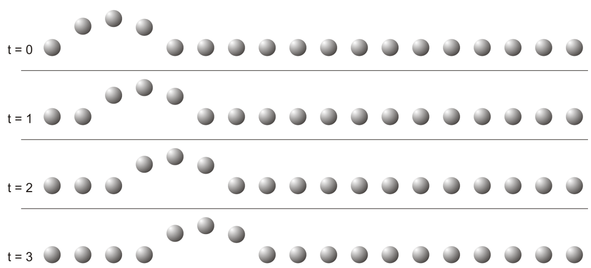
2 Eindimensionale Wellen

2.1 Transversalwellen

Wird beispielsweise eine Eisenstange, deren Atome in der unten stehenden Abbildung stark vereinfacht als eine Art Perlenkette dargestellt sind, von irgendeiner Seite geschlagen, werden einzelne Atome aus ihrer Position ausgelenkt, ziehen durch die Bindungskräfte zwischen den Atomen andere Atome aus ihrer Position, und es entsteht eine Welle.



Ist die Eisenstange von unten geschlagen worden, entsteht eine so genannte *Transversalwelle* oder *Querwelle* wie in der nebenstehenden Abbildung gezeigt, und diese Transversalwelle bewegt sich entlang der Eisenstange nach rechts. (Dass eine gleiche Welle nach links läuft, ist nicht gezeigt.)



Die Welle besteht aus einem Wellenberg, der nach rechts wandert. Die Bewegung der Welle und die Bewegung der Atome der Eisenstange sind zwei verschiedene Bewegungen. Die Atome selber pendeln nur nach oben und nach unten. (Auch die Wassermoleküle bewegen sich nur auf und ab, während der Wellenberg sich über den See bewegt.)

2.2 Longitudinalwellen

Schlägt man dieselbe Eisenstange nicht von unten oder oben, sondern von links, werden die Atome zusammengedrückt, und eine Welle von Verdichtungen bewegt sich nach rechts, denn durch den Schlag werden die Atome am linken Ende der Eisenstange näher zusammengeschoben, schieben ihrerseits die Atome rechts von ihnen weg und so geht das weiter. Diese Wellen heissen *Longitudinalwelle* oder *Längswelle*, weil die Atome längs der Bewegungsrichtung der Welle und nicht wie bei den Transversalwellen quer dazu ausgelenkt werden.

2.3 Polarisation, Reflexion, Interferenz und stehende Wellen

Weil die Auslenkung bei Transversalwellen quer zur Bewegungsrichtung der Welle verläuft, kann man sie durch geeignete Filter auslöschen. Sie sind also im Gegensatz zu Longitudinalwellen *polarisierbar*.

Trifft eine Welle auf ein Hindernis, wird sie *reflektiert*. Das kann man an Wellen beobachten, die schräg auf eine Quaimauer treffen und mit einem Ausfallswinkel weitergehen, der gleich dem Einfallswinkel ist.

Wirft man Steine ins Wasser, entstehen kreisrunde Wasserwellen, die sich überlagern. Dabei verstärken sich Wellenberge, die aufeinander treffen, während ein Wellenberg und ein Wellental sich teilweise oder ganz aufheben. Dieses Phänomen gilt allgemein für Wellen und heisst *Interferenz*.

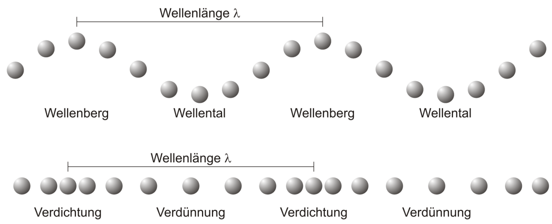
Schwingt eine Welle an Ort, spricht man von einer *stehenden Welle*. In der Musik spielen sie bei Saiten- und Blasinstrumenten eine wichtige Rolle. Stehende Wellen haben Knotenpunkte im Abstand $\frac{\lambda}{2}$ mit der Amplitude null. Dazwischen liegen die Schwingungsbäuche mit maximaler Amplitude.

3 Periodische Wellen

3.1 Charakteristische Grössen

Schlägt man auf die Eisenstange nicht nur einmal, sondern regelmässig immer nach der Zeit T, entsteht eine *periodische* Welle. Sie kann durch folgende Grössen charakterisiert werden:

Die Zeitspanne T heisst *Periode*, die Grösse $f = \frac{1}{T}$ heisst *Frequenz*, und der räumliche Abstand zwischen zwei Wellenbergen (oder zwei Wellentälern) bei Querwellen beziehungsweise der räumliche Abstand zwischen zwei Verdichtungen (oder zwei Verdünnungen) bei Längswellen heisst *Wellenlänge* und wird mit λ bezeichnet.



3.2 Geschwindigkeit

Beobachtet man eine periodische Transversalwelle, so sieht man zur Zeitpunkt $t = 0$ einen Wellenberg an einer bestimmten Stelle. Nach der Zeit $t = T$ sieht man an derselben Stelle wieder einen Wellenberg, und der erste Wellenberg hat sich um die Strecke λ weiter bewegt. Weil dasselbe analog auch für Longitudinalwellen gilt, ist die Geschwindigkeit c also

$$c = \frac{\lambda}{T} = \lambda \cdot f \tag{1}$$

für beliebige periodische Wellen.

3.3 Gleichung der harmonischen Welle

Eine harmonische Schwingung $A \sin(\omega t)$ an der Stelle $x = 0$ in y-Richtung erzeugt eine *harmonische Welle*, welche die Gleichung

$$y(x,t) = A \sin\Big(2\pi\Big(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\Big)\Big) = A \sin\Big(\omega\Big(t - \frac{x}{c}\Big)\Big) \tag{2}$$

mit $c = \frac{\lambda}{T}$ gemäss (1) und $\omega = \frac{2\pi}{T}$ erfüllt. Eine zu (2) analoge Funktion beschreibt auch mehrdimensionale harmonische Wellen.