12. Harmonische Schwingungen und Wassertropfen in einer Welle

Rainer Hauser

Juli 2011

1 Einleitung

1.1 Wellen auf einem See

Beobachtet man ein Herbstblatt, das auf einem See schwimmt, kurz nachdem weiter draussen ein Schiff vorbeigefahren ist, so sieht man, wie es sich in den Wellen auf und ab bewegt. Während die Wellenberge eine horizontale Bewegung ausführen, pendelt das Blatt nur vertikal auf und ab. Man kann vermuten, dass auch die Wassermoleküle dieselbe vertikale Pendelbewegung mitmachen und sich nicht mit der Welle über den See bewegt. Es gibt bei Wasserwellen also zwei Bewegungen. Die eine Bewegung ist die horizontale Vorwärtsbewegung der Welle und die andere die vertikale periodische Auf- und Abbewegung der Wassermoleküle, die man Schwingung nennt.

1.2 Periodische Vorgänge

Um Wellen zu verstehen, muss man einerseits die periodische Pendelbewegung der beteiligten Materie und andererseits die Fortbewegung der Wellen selber untersuchen. Sinnvollerweise beginnt man erst mit der Schwingung, also der Bewegung der einzelnen Wassermoleküle.

Periodische Vorgänge wiederholen sich und haben somit, wie der Name sagt, eine *Periode* T. Nach dieser Zeit befindet sich der Vorgang sozusagen wieder am gleichen Punkt. Der Wechsel von Tag und Nacht, der Jahreszeitenwechsel und die Mondphasen sind periodische Vorgänge. Die Tageszeiten haben eine Periode von vierundzwanzig Stunden, vom Frühlingsanfang bis zum nächsten dauert es ein Jahr, und die Mondphasen wiederholen sich nach knapp achtundzwanzig Tagen.

2 Charakteristische Grössen einer Schwingung

2.1 Auslenkung

Die Funktion $f(x) = x^2$ ist unbeschränkt, denn für grosse x-Werte wird $f(x)$ beliebig gross. Periodische physikalische Vorgänge beziehungsweise mathematische Funktionen zu ihrer Beschreibung müssen jedoch beschränkt sein, weil ein Massenpunkt nach der Periode T wieder am gleichen Ort sein muss und sich in endlicher Zeit mit endlicher Geschwindigkeit nicht beliebig weit entfernen kann. Es gibt also eine maximale *Auslenkung*. Bei einem Fandenpendel ist die maximale Auslenkung die Position, in der das Pendel losgelassen wurde, beim Federpendel die Position, bis zu der die Feder zusammengedrückt oder auseinander gezogen wurde, und bei einer Wasserwelle ist es der höchste beziehungsweise der tiefste Punkt, den das Wassermolekül erreicht.

2.2 Periode und Frequenz

Die *Periode* T ist wie erwähnt die Zeit, bis zu der das System wieder denselben Zustand erreicht hat, und wird somit in Sekunden gemessen. Manchmal ist es angenehmer, nicht die Zeit zwischen zwei gleichen

Zuständen, sondern die Anzahl gleiche Zustände pro Zeiteinheit anzugeben. Diese Grösse ist die *Frequenz* f, für die entsprechend

$$f = \frac{1}{T} \qquad\qquad T = \frac{1}{f}$$

gilt, und die in der Einheit Hertz gemessen wird.

2.3 Rückstellkraft, Trägheit und Reibung

Eine Schwingung entsteht, weil ein Körper aus seiner Ruhelage verschoben wurde und wieder in seine Ruhelage zurückkehrt, wenn er losgelassen wird. Wegen der *Trägheit* bleibt der Körper aber nicht dort stehen, sondern schiesst über das Ziel hinaus. Die Kraft, die den Körper zurück in die Ruhelage drängt, heisst *Rückstellkraft*. Die Schwingung ist normalerweise gedämpft, sodass sich der schwingende Körper nach einer Weile wieder bewegungslos in der Ruhelage befindet. Das liegt an der *Reibung*.

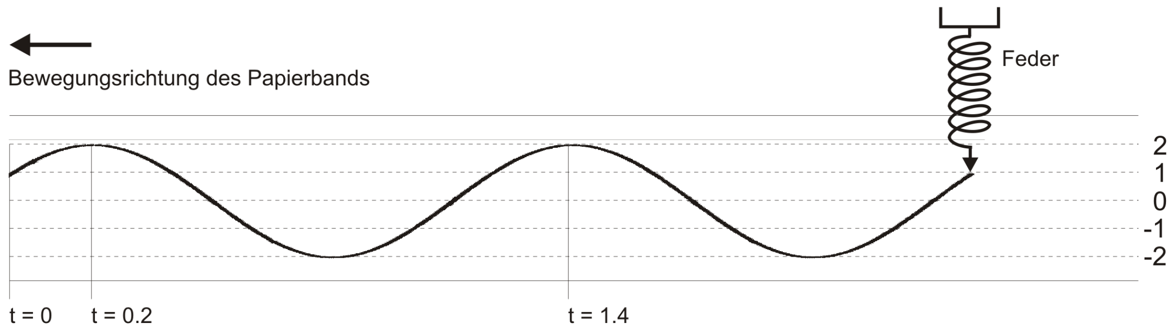
3 Charakteristische Grössen einer harmonische Schwingung

3.1 Bewegungsgleichung

Eine besonders wichtige Schwingung ist die harmonische Schwingung. Lässt man einen Papierstreifen mit konstanter Geschwindigkeit wie in der unten stehenden Abbildung gezeigt so an einem Federpendel mit Zeichenstift vorbeiziehen, dass der Zeichenstift die Bewegung des Pendels aufzeichnet, und nimmt man weiter an, der Vorgang passiere ohne Reibung, dann bekommt man eine Sinuskurve. Die allgemeine harmonische Schwingung lässt sich durch die Bewegungsgleichung

$$s(t) = A \cdot \sin(\omega t + \varphi) \qquad\qquad \omega = \frac{2\pi}{T} \tag{1}$$

beschreiben. Die Grösse $s(t)$ gibt den Ort s zur Zeit t an.



3.2 Amplitude, Winkelgeschwindigkeit und Phase

Weil die Sinusfunktion zwischen -1 und $+1$ pendelt, bewegt sich der Zeichenstift am Federpendel zwischen den Werten $-A$ und $+A$. Die Grösse A nennt man die *Amplitude* der Schwingung. Die Grösse ω heisst *Winkelgeschwindigkeit* oder *Kreisfrequenz*, und ωt nennt man die *Phase*. Durch geschickte Wahl des Zeitpunktes $t = 0$ kann man die Grösse φ, die *Phasenverschiebung* heisst, immer verschwinden lassen, sodass aus (1)

$$s(t) = A \cdot \sin(\omega t) \tag{2}$$

wird. Wenn sich der am Federpendel befestigte Zeichenstift gemäss (2) bewegt, gilt

$$v(t) = A\omega \cdot \cos(\omega t) \qquad\qquad a(t) = -A\omega^2 \sin(\omega t)$$

für seine Geschwindigkeit v und seine Beschleunigung a.