3. Dynamik und die Wirkung von Kräften

Rainer Hauser

November 2012

1 Einleitung

1.1 Ursache von Bewegung

Wenn sich ein Körper bewegt, also seinen Ort, seine Ausrichtung oder beides verändert, so lässt sich dies mit der Kinematik beschreiben. Die Ursachen dafür, dass sich ein Körper bewegt, sind hingegen das Thema der Dynamik, und zentral in diesem Teilgebiet der Physik ist der Begriff der *Kraft*.

Eine Kraft wirkt immer von einem Körper auf einen anderen Körper. Dass eine Kraft auf einen Körper wirkt, erkennt man daran, dass er beschleunigt oder deformiert wird, denn wirkt keine Kraft auf einen Körper, so wird er weder beschleunigt noch deformiert. Will man die Stärke einer wirkenden Kraft messen, kann man das mit einer Federwaage tun. Wie stark die Federwaage ausgedehnt also deformiert wird, ist ein Mass für die Stärke der Kraft. Die Kraft hat die Einheit *Newton* mit $1\,\mathrm{N} = 1\,\frac{\mathrm{kg\cdot m}}{\mathrm{s}^2}$.

1.2 Modellierung einer Kraft

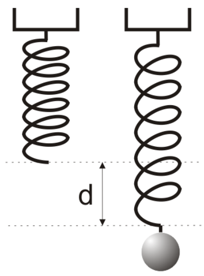
Eine Kraft hat einen Angriffspunkt, eine Richtung und eine Stärke. Dies lässt sich als *Vektor* modellieren. Wirken mehrere Kräfte auf einen Körper, so lässt sich die *resultierende Kraft* durch die Addition der entsprechenden Vektoren bestimmen, was einfacher ist, wenn der Körper als Massenpunkt idealisiert ist, wie das im Folgenden meist stillschweigend angenommen wird. Weil ein Massenpunkt keine Ausdehnung hat, kann er durch eine Kraft nur beschleunigt, nicht aber deformiert werden.

2 Häufig vorkommende Kräfte

2.1 Die Federkraft

Die Federkraft $\vec{F}_F$ ist die Kraft, mit der eine Feder, wenn sie ausgedehnt oder zusammengestaucht wird, in ihre ursprüngliche Form zurückzukehren versucht.

Hängt man an eine Feder ein Gewicht, so dehnt sie sich aus. Die Ausdehnung d ist einerseits abhängig vom angehängten Gewicht und andererseits von der Feder selber. Diese zweite Abhängigkeit steckt in der so genannten *Federkonstanten*, die man mit D bezeichnet.



Falls die Feder nicht überdehnt wird, ist der Betrag F_F der Federkraft linear abhängig von der Ausdehnung d, sodass

$$F_F = D \cdot d \tag{1}$$

gilt, was *Hooke'sches Federgesetz* genannt wird.

Dass auf eine Feder eine Kraft wirkt, zeigt sich als Deformation entweder in der Form einer Dehnung oder in der Form einer Stauchung. Hängt man ein Gewicht an die Feder, dehnt sie sich gemäss (1) proportional zum Gewicht aus, womit man eine einfache Federwaage gewonnen hat, mit der sich Kräfte messen lassen, nachdem man die Federwaage mit bekannten Gewichten geeicht hat.

2.2 Die Gewichtskraft

Die Gewichtskraft $\vec{F}_G$ ist die Kraft, mit der jeder Körper in unserem Alltag von der Erde angezogen wird. Man spricht auch von der Schwerkraft oder der Erdanziehungskraft. Sie ist immer zum Erdmittelpunkt gerichtet, und für den Betrag F_G gilt

$$F_G = m \cdot g \tag{2}$$

mit der so genannten Erdbeschleunigung $g = 9.81\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, die jedoch je nach Ort auf der Erdoberfläche minimal variiert und somit nicht überall exakt gleich gross ist.

2.3 Die Normalkraft

Liegt ein Buch auf einem Tisch, so wirkt zwar die Gewichtskraft darauf, aber das Buch bleibt trotzdem in Ruhe, weil die Normalkraft $\vec{F}_N$ darauf wirkt und die Gewichtskraft aufhebt. Wirken nicht noch andere Kräfte, muss also $F_G = F_N$ gelten. Die Normalkraft wirkt überall dort, wo eine Unterlage einen Körper daran hindert, einer Kraft nachzugeben. Sie wirkt immer senkrecht zur Unterlage.

2.4 Die Reibungskraft

Liegt ein Buch auf einem Tisch, dessen Platte nicht horizontal ist, wirkt neben der Gewichts- und der Normalkraft noch eine weitere Kraft darauf, weil das Buch sonst wegrutschen würde. Es ist die Reibungskraft $\vec{F}_R$, die oft auch einfach Reibung genannt wird. Sie hängt sowohl von der Beschaffenheit des Körpers wie auch von der Beschaffenheit der Unterlage ab. Ein Backstein auf einer abschüssigen, trockenen Strasse bleibt ruhig liegen, während eine Plastikflasche auf derselben, jetzt aber mit einer Eisschicht bedeckten Strasse ins Rutschen käme.

Wenn man einen Korkzapfen aus einer Flasche entfernen will, ist das manchmal recht schwierig. Wenn es einem gelungen ist, den Zapfen erst einmal zu bewegen, geht es anschliessend jedoch leichter. Das ist der Unterschied zwischen Haft- und Gleitreibung. Für die Reibungskraft F_R gilt

$$F_R = \mu_H \cdot F_N \qquad\qquad F_R = \mu_G \cdot F_N \tag{3}$$

mit der Haftreibungszahl μ_H beziehungsweise der Gleitreibungszahl μ_G. (Für Holz auf Holz ist $\mu_H \approx 0.6$ und $\mu_G \approx 0.4$, und für Stahl auf Eis ist $\mu_H \approx 0.027$ und $\mu_G \approx 0.014$.)

3 Die Newton'schen Gesetze

3.1 Das Trägheitsgesetz

Das Trägheitsgesetz oder erste Newton'sche Gesetz besagt, dass ein Körper weder Betrag noch Richtung seiner Geschwindigkeit ändert, wenn sich alle auf ihn wirkenden Kräfte gegenseitig aufheben und die resultierende Kraft $\vec{F}_{res}$ somit gleich $\vec{0}$ ist. Allgemein formuliert heisst das

$$\vec{F}_{res} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{v} = konstant \tag{4}$$

sodass auch umgekehrt gilt, dass keine resultierende Kraft auf den Körper wirkt, wenn er seine Geschwindigkeit nicht ändert. Eine resultierende Kraft ungleich $\vec{0}$ bewirkt also immer eine Beschleunigung.

3.2 Das Kraftwirkungsgesetz

Das Kraftwirkungsgesetz oder zweite Newton'sche Gesetz beschreibt mit

$$\vec{F}_{res} = m \cdot \vec{a} \tag{5}$$

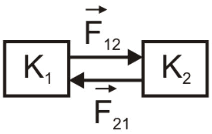
den Zusammenhang zwischen resultierender Kraft und dadurch bewirkter Beschleunigung. Weil $\vec{a} = \vec{0}$ gleichbedeutend mit $\vec{v} = konstant$ ist, folgt das Trägheitsgesetz (4) aus dem Kraftwirkungsgesetz (5).

Sowohl das Trägheitsgesetz wie auch das Kraftwirkungsgesetz gehen davon aus, dass das benutzte Bezugssystem nicht selber beschleunigt ist. Unbeschleunigte Bezugssysteme sind in der Newton'schen Physik von zentraler Bedeutung und werden *Inertialsysteme* genannt.

3.3 Das Wechselwirkungsgesetz

Das Wechselwirkungsgesetz oder dritte Newtonsche Gesetz wird normalerweise mit dem Ausdruck "Actio gleich Reaction" zusammengefasst.

Kräfte treten immer paarweise auf. Übt der Körper K_1 die Kraft $\vec{F}_{12}$ auf den Körper K_2 aus, so übt der Körper K_2 die Kraft $\vec{F}_{21}$ auf den Körper K_1 aus.



Es gilt dabei

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21} \tag{6}$$

für diese beiden Kräfte.

Die Kraft $\vec{F}_{12}$ und die Gegenkraft $\vec{F}_{21}$ sind also immer gleich stark und wirken in entgegengesetzter Richtung. Die Gewichtskraft, mit der ein Buch von oben auf die horizontale Tischplatte drückt, ist somit nach (6) gleich stark wie die Normalkraft, mit der die Tischplatte von unten das Buch stützt.

4 Spezialfälle

4.1 Kräfte bei geradliniger Bewegung

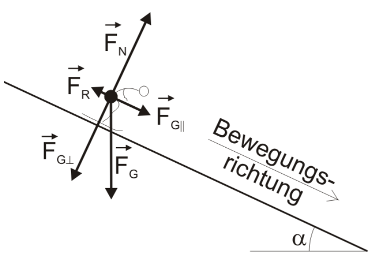
Verläuft eine Bewegung geradlinig, so wird der Körper dabei entweder gar nicht oder nur in der Bewegungsrichtung beschleunigt, weil der Körper sonst von der Geraden abgelenkt würde. Der einfachste Fall einer beschleunigten, geradlinigen Bewegung ist der freie Fall. Auf den fallenden Körper wirkt nur die Gewichtskraft, sodass $F_{res} = F_G$ gilt. Mit (2) folgt daraus $F_{res} = m \cdot g$ und weiter nach dem Kraftwirkungsgesetz (5) $a = g$. Die Erdbeschleunigung ist also die allein von der Gewichtskraft bewirkte Beschleunigung.

Fährt ein Auto auf einer horizontalen Strasse, so wirken die Gewichtskraft $\vec{F}_G$, die Normalkraft $\vec{F}_N$, die Reibungskraft $\vec{F}_R$ und die Zugkraft des Motors $\vec{F}_Z$ darauf. Die Gewichts- und Normalkraft wirken senkrecht zur Bewegungsrichtung und müssen sich aufheben, sodass $F_N = F_G = m \cdot g$ gilt. Die resultierende Kraft besteht somit aus der Zugkraft, die in der Bewegungsrichtung wirkt, und der Reibungskraft, die in entgegengesetzter Richtung wirkt, sodass $F_{res} = F_Z - F_R$ gelten muss. Wegen (3) folgt daraus $F_{res} = F_Z - \mu_G \cdot F_N = F_Z - \mu_G \cdot m \cdot g$. Fährt das Auto mit konstanter Geschwindigkeit, ist $F_{res} = 0$ und damit $F_Z = \mu_G \cdot m \cdot g$. Bei einer Vollbremsung hingegen ist $F_Z = 0$, und die resultierende Kraft ist $F_{res} = -\mu_G \cdot m \cdot g$. Sie wirkt offensichtlich gegen die Bewegungsrichtung.

Kennt man die resultierende Kraft, kann man aus $F_{res} = m \cdot a$ die Beschleunigung und weiter mit der Kinematik den Bewegungsablauf berechnen. Bei der Vollbremsung eines Autos ist die Beschleunigung $a = -\mu_G \cdot g$. Daraus lässt sich beispielsweise der Bremsweg $s_B = \frac{v_0^2}{2 \cdot \mu_G \cdot g}$ bestimmen.

Bei komplizierteren geradlinigen Bewegungen lässt sich die resultierende Kraft am einfachsten dadurch berechnen, dass alle wirkenden Kräfte in Komponenten parallel und Komponenten senkrecht zur Bewegungsrichtung aufgeteilt werden. Zeigt $\vec{F}_\|$ in die Bewegungsrichtung und $\vec{F}_\perp$ senkrecht dazu, und gilt weiter $\vec{F} = \vec{F}_\| + \vec{F}_\perp$, so kann die Kraft $\vec{F}$ durch die zwei Kräfte $\vec{F}_\|$ und $\vec{F}_\perp$ ersetzt werden, ohne dass dadurch der Bewegungsablauf verändert wird.

Dass Kräfte aufgeteilt werden können, kann man ausnützen in Situationen, in denen nicht alle Kräfte parallel oder senkrecht zur Bewegungsrichtung zeigen. Die nebenstehende Abbildung zeigt die Kräfte, die auf einen Skifahrer wirken.



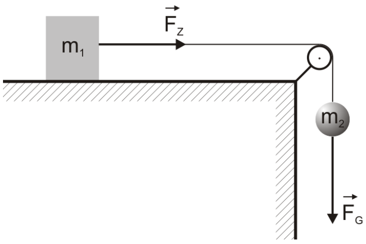
Der Skifahrer fährt einen Abhang mit Steigungswinkel α hinunter. Es wirken die Gewichtskraft $\vec{F}_G$, die Normalkraft $\vec{F}_N$ und die Reibungskraft $\vec{F}_R$ auf ihn. Weil $\vec{F}_G$ nicht parallel oder senkrecht zur Bewegungsrichtung zeigt, wird sie in $\vec{F}_{G\|}$ und $\vec{F}_{G\perp}$ aufgeteilt.

Für die Beträge der senkrechten Kräfte gilt $F_{G\perp} = F_N$, und für die Beträge der parallelen Kräfte gilt $F_{res} = F_{G\|} - F_R$. Geometrische Überlegungen zeigen, dass $F_{G\perp} = F_G \cdot \cos\alpha$ und $F_{G\|} = F_G \cdot \sin\alpha$ gelten muss. Daraus folgt mit Hilfe von (2) und (3) $F_{res} = m \cdot g \cdot (\sin\alpha - \mu_G \cdot \cos\alpha)$, woraus man mit (5) die Beschleunigung $a = g \cdot (\sin\alpha - \mu_G \cdot \cos\alpha)$ berechnen kann.

4.2 Verbundene Körper

Verbindet man zwei Körper über ein Seil, so zeigt das, dass man Kräfte umlenken kann, führt aber andererseits auch zur interessanten Fragestellung, wie sich die beiden Körper bewegen.

Hängt man ein Gewicht wie in der Abbildung rechts so an ein Seil, dass es einen Körper horizontal zieht, so wird die vertikale Gewichtskraft $\vec{F}_G$ durch die Rolle in eine horizontale Zugkraft $\vec{F}_Z$ umgelenkt. Man kann also die Richtung einer Kraft ändern.



Auf die Masse m_1 wirkt neben der Gewichts- und der Normalkraft, die sich gegenseitig aufheben, die Reibungskraft F_R und die Zugkraft F_Z. Die resultierende Kraft ist also $F_{res} = F_Z - F_R$. Es gilt weiter $F_Z = m_2 \cdot g$ und $F_R = \mu_G \cdot F_N = \mu_G \cdot m_1 \cdot g$.

Somit gilt $F_{res} = m_2 \cdot g - \mu_G \cdot m_1 \cdot g$. Diese Kraft beschleunigt aber beide Körper zusammen, sodass auch $F_{res} = (m_1 + m_2) \cdot a$ gilt. Daraus folgt

$$a = \frac{m_2 - \mu_G \cdot m_1}{m_1 + m_2} \cdot g$$

für die Beschleunigung des Systems bestehend aus beiden Massen.

4.3 Kräfte bei kreisförmiger Bewegung

Bei der kreisförmigen Bewegung zeigt der Beschleunigungsvektor immer zum Kreismittelpunkt. Somit zeigt auch die resultierende Kraft immer zum Kreismittelpunkt. Weil bei einer gleichförmigen Kreisbewegung die Beschleunigung

$$a = \frac{v^2}{r}$$

ist, muss

$$F_{res} = m \cdot a = m \cdot \frac{v^2}{r}$$

der Betrag der resultierenden Kraft sein.

Zum Schluss soll auf den Begriff *Zentrifugalkraft* eingegangen werden, den man ab und zu im Zusammenhang mit Kreisbewegungen hört. Bei einer starken Kreisbewegung spürt man eine Kraft, die einen nach aussen zieht, und die Fliehkraft oder Zentrifugalkraft genannt wird. Es handelt sich dabei aber um eine Scheinkraft, die daher kommt, dass sich ein Beobachter auf einer Kreisbahn nicht in einem Inertialsystem, sondern in einem beschleunigten System befindet.